

Uniones T - plano E y T - plano H

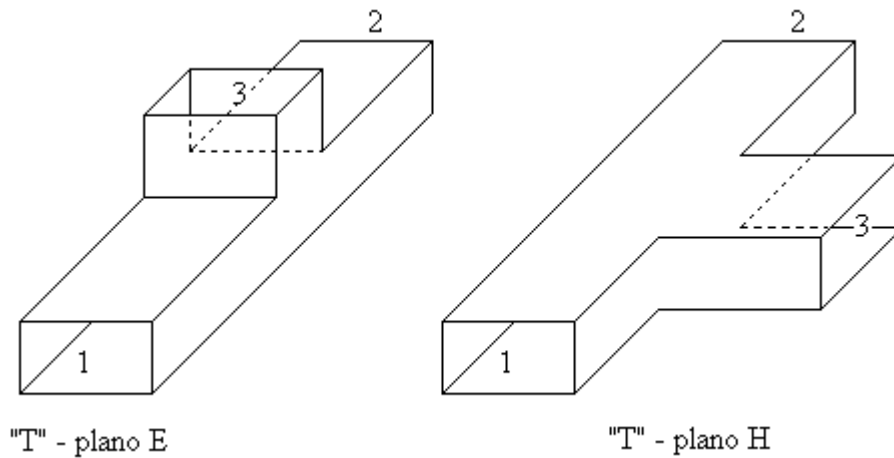


Figura 1

Como ejemplos de elementos de guías de onda de múltiples puertos, es instructivo considerar las dos uniones “T” simétricas como se muestran arriba, figura 1. La “T” en la cual el eje del brazo lateral que está unido a la guía principal es paralelo al campo E de la guía principal es la “T” - plano E. La otra en la cual el eje del brazo lateral es paralelo al campo H de la guía principal es la “T” - plano H.

Las uniones “T” - de planos E y H cuando se construyen de guías de onda vacías son dispositivos no muy adaptados. Eso quiere decir que si dos de los tres puertos se conectan a cargas acopladas, el tercer puerto no presenta una impedancia acoplada a la fuente. En términos de los coeficientes de dispersión, eso significa que S_{11} , S_{22} y S_{33} no son iguales a cero. Para la unión “T” - plano E, por ejemplo del diagrama (a) arriba, si una onda entra por el puerto 3, dos ondas salientes resultan de los puertos 1 y 2 con sus fases en reverso cuando las distancias medidas del centro de la unión son iguales, figura 2.

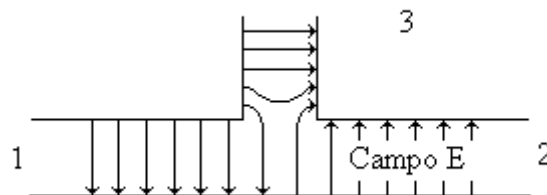


Figura 2

Reverso en fase de puerto 1 comparado con puerto 2

Con la “T” - plano H este reverso en fase no ocurre. La simetría en la estructura de la unión T simplifica su matriz de dispersión. Entonces, vemos por simetría que $|S_{13}| = |S_{23}|$ y $S_{11} = S_{22}$ en ambos tipos de de union. La matriz de dispersión es dado por:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{11} & \pm S_{13} \\ S_{13} & \pm S_{13} & S_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde el signo (+) refiere a la unión “T” - plano H y el signo (-) refiere a la “T” - plano E. Para la matriz de dispersión de la unión sin pérdidas unitarias existen las propiedades unitarias. Usando estas propiedades unitarias podemos demostrar que el conocimiento de S_{11} y S_{33} es suficiente para determinar completamente la matriz de dispersión de una “T” simétrica.

Al multiplicar la fila 3 por el c. c. de la misma fila 3, e igualmente la fila 1 por el c. c. de la misma fila 1, obtenemos:

$$|S_{13}|^2 + |S_{13}|^2 + S_{33}^2 = 1 \quad (\text{fila 3}) \quad (2)$$

$$|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + S_{13}^2 = 1 \quad (\text{fila 1}) \quad (3)$$

Multiplicamos la columna 1 por el c. c. de la columna 2, tenemos

$$S_{11}S_{12}^* + S_{12}S_{11}^* + |S_{13}|^2 = 0 \quad (4)$$

y con las columnas 2 y 3,

$$S_{12}S_{13}^* + S_{11}S_{13}^* + S_{13}S_{33}^* = 0 \quad (5)$$

De la ecuación (2)

$$|S_{13}|^2 = (1 - |S_{33}|^2)/2 \quad (6)$$

De la ecuación (3)

$$|S_{12}|^2 = 1 - |S_{11}|^2 - |S_{13}|^2 = 1 - |S_{11}|^2 - [(1 - |S_{33}|^2)/2] \quad (7)$$

Entonces hemos expresado las magnitudes de los demás elementos de la matriz de dispersión en términos de $|S_{11}|$ y $|S_{33}|$. Busquemos las expresiones para los ángulos de fases de $|S_{12}|$ y $|S_{13}|$. De la ecuación (4), tenemos:

$$|S_{11}||S_{12}|\{\exp[j(\theta_{11} - \theta_{12})] + \exp[-j(\theta_{11} - \theta_{12})]\} + |S_{13}|^2 = 0 \quad (4a)$$

donde θ_{11} y θ_{12} son las fases de $|S_{11}|$ y $|S_{12}|$ respectivamente. Entonces vemos que

$$\cos(\theta_{11} - \theta_{12}) = -|S_{13}|^2/(2|S_{11}||S_{12}|) \quad (8)$$

$$\text{o sea, } \theta_{12} = \theta_{11} - \cos^{-1}\{|S_{13}|^2/(2|S_{11}||S_{12}|)\} \quad (9)$$

La ecuación (9) se evalúa usando los valores de $|S_{13}|$ y $|S_{12}|$ encontrados anteriormente. De

la ecuación (5),

$$(S_{12} + S_{11})|S_{13}|\exp[-j\theta_{13}] = -|S_{13}|\exp[j\theta_{13}]S_{33}^* \quad (5a)$$

$$\text{o sea, } \exp[j2\theta_{13}] = -(S_{12} + S_{11})/S_{33}^* \quad (10)$$

donde θ_{13} es el ángulo de fase de $|S_{13}|$ y

$$\theta_{13} = \pi/2 + [1/(2j)]\ln\{(S_{12} + S_{11})/S_{33}^*\} \quad (11)$$

El elemento de la matriz complejo S_{12} fue obtenido antes. Así se ve que que la matriz de dispersión completa se conoce si S_{11} y S_{33} se conocen (por medición). El mismo procedimiento se puede realizar para la unión “T” - plano E.

Teoremas útiles para redes de tres puertos

Las uniones “T” de planos E y H son casos especiales de las uniones de 3 guías de onda. Existen tres teoremas de aplicabilidad general acerca de las propiedades de las uniones de tres puertos.

1. Se puede colocar un corto-circuito en uno de los puertos de la unión de tres puertos en tal posición que no se pueda transferir potencia a través de los otros dos puertos.
2. Si la unión es simétrica por uno de sus brazos, se puede colocar un corto-circuito en este mismo puerto en tal posición que no haya ninguna reflexión en la transferencia de potencia entre los otros dos puertos, o sea, los puertos presentan impedancias acopladas.
3. Es imposible que una red de tres puertos generales de simetría arbitraria presente impedancias acopladas en todos los tres puertos.

Unión “T” - híbrida y unión “T” - mágica

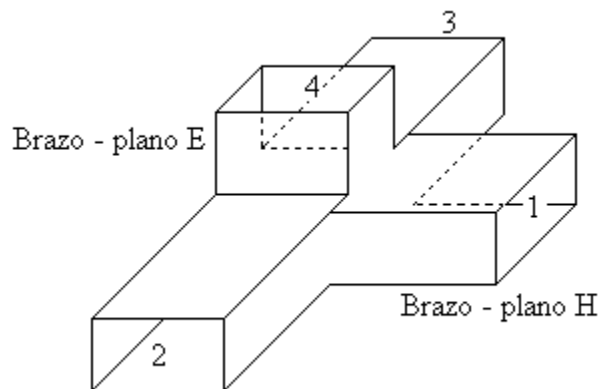


Figura 3
La “T” - híbrida

El diagrama figura 3, representa una unión de microondas de 4 puertos llamada la “T” - híbrida. Tiene la propiedad de que cuando está debidamente conectada a impedancias externas, una señal que entra en el puerto 1 se acopla de forma igual en los puertos 2 y 3 más no en el puerto 4. De igual manera una señal en el puerto 4 se acopla de forma igual en los puertos 2 y 3 más no en el puerto 1, etc.

Cuando el modo dominante TE_{10} es incidente en el puerto 1, el campo E dentro de la unión es de la forma en el diagrama (b). Este campo tiene simetría par cerca del plano central y entonces no puede excitar el modo TE_{10} en el brazo 4 ya que este modo debe tener un campo E con simetría impar (mostrado con líneas cortadas en la figura 4).

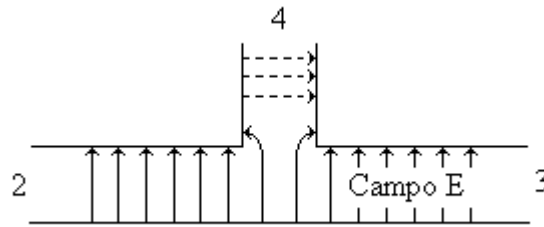


Figura 4
Campo E con simetría par

Entonces no hay acople entre los puertos 4 y 1. El acople entre los puertos 1 y 3 es igual que el de 1 y 2 como se puede notar de la simetría aquí.

Para el modo dominante TE_{10} incidente en el brazo 4, figura 5, el campo E dentro de la unión se muestra. La simetría muestra que no hay acople en el puerto 1 (requerido por la reciprocidad también).

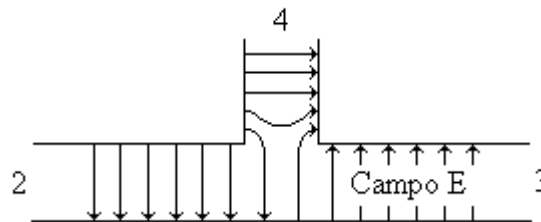


Figura 5
Campo E con simetría impar

Los acoples en los puertos 2 y 3 son iguales pero tienen una diferencia en fase de 180° . La matriz de dispersión de este “T” - híbrida tiene la forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{12} & S_{23} & S_{33} & -S_{24} \\ S_{13} & S_{24} & -S_{24} & S_{44} \end{bmatrix}$$

(1)

ya que $S_{12} = S_{13}$ y $S_{24} = -S_{34}$ de la simetría.

Elementos de acoplamiento que no destruyen la simetría de la unión se pueden colocar en los brazos del plano E y del plano H para hacer que $S_{11} = S_{44} = 0$. Para una estructura sin pérdidas y aplicando las propiedades unitarias de la matriz de dispersión, se puede demostrar que $S_{22} = S_{33} = 0$ para que todos los puertos sean acoplados. También $S_{23} = 0$, que significa que los puertos 2 y 3 como los puertos 1 y 4 son desacoplados. La unión "T" - híbrida ahora es un acoplador bi-direccional con acople de 3 dB llamado la "T" - mágica.

Con $S_{11} = S_{44} = 0$, la matriz de dispersión se vuelve:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{12} & S_{23} & S_{33} & -S_{24} \\ 0 & S_{24} & -S_{24} & 0 \end{bmatrix}$$

(2)

Multiplamos la fila 2 con su c. c.:

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \quad (3)$$

también para la fila 3,

$$|S_{12}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{33}|^2 + |S_{24}|^2 = 1 \quad (4)$$

La ecuación (3) – la ecuación (4) nos da:

$$|S_{22}|^2 - |S_{33}|^2 = 0 \quad (5)$$

Entonces $|S_{22}| = |S_{33}|$

De las filas 1 y 4, tenemos:

$$2|S_{12}|^2 = 1,$$

$$\Rightarrow |S_{12}| = \sqrt{2}/2$$

$$2|S_{24}|^2 = 1,$$

$$\Rightarrow |S_{24}| = \sqrt{2}/2$$

$$\Rightarrow |S_{12}| = |S_{24}| = \sqrt{2}/2$$

(6)

Se sustituye la ecuación (6) en la ecuación (3),

$$1 + |S_{22}|^2 + |S_{23}|^2 = 1$$

$$0 \text{ sea, } S_{22}^2 + |S_{23}|^2 = 0 \quad (7)$$

La ecuación (7) se satisface sólo si tanto S_{22} como S_{23} son iguales a cero. De la ecuación (5) también $S_{33} = 0$. Entonces la matriz de dispersión ahora es:

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{24} \\ S_{12} & 0 & 0 & -S_{24} \\ 0 & S_{24} & -S_{24} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Escogiendo debidamente los planos terminales de los brazos 1 y 4, podemos hacer que S_{12} y S_{24} sean reales. Entonces la matriz de dispersión finalmente es:

$$[S] = \sqrt{2}/2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

cuando se sustituye la ecuación (6). La "T" - mágica se usa en puentes de impedancia de microondas (parecido al conocido puente de Wheatstone), circuitos de discriminación de frecuencia y mezcladores balanceados.